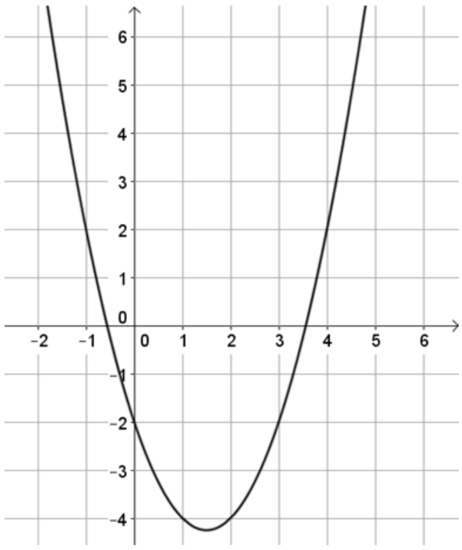
Fonctions polynômes du second degré – Activité 1

A) Sommet d'une parabole

Voici la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x^2 - 3x - 2$$



1) Résoudre par le calcul l'équation $f(x) = -2$.
   Vérifier graphiquement la cohérence de votre réponse.

2) En déduire une équation de l'axe de symétrie de cette parabole, puis les coordonnées de son sommet S.

3) Généralisation : En reprenant la même démarche, déterminer l'abscisse x_S du sommet S de la parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$.
   Déterminer enfin l'ordonnée y_S du sommet de la parabole.

B) Forme canonique

D'un point de vue graphique

1) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (x-1)^2 - 4$
   a) Montrer que g admet un minimum en 1. Préciser la valeur de ce minimum.
   b) Donner les coordonnées du sommet S de la courbe C_g représentant g.

2) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 6x + 4$ et on note C_f sa courbe représentative.
   a) Déterminer les coordonnées x_S et y_S du sommet de C_f.
   b) Conjecturer les valeurs des réels α et β tels que $f(x) = 2(x-\alpha)^2 + \beta$. Prouver votre conjecture.
   Cette écriture s'appelle **<u>forme canonique</u>** de $f(x)$.

D'un point de vue algébrique

3) On considère la fonction $h\colon\ x \mapsto 4x^2 - 24x + 27$ définie sur $\mathbb{R}$.

   a) Compléter l'identité remarquable : $x^2 - 6x + \_\_\_\_\_ = (x - \_\_\_\_\_)^2$

   On en déduit $x^2 - 6x =$

   b) Compléter :
$$\begin{aligned} h(x) &= 4x^2 - 24x + 27 \\ &= 4\left(\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\right) + 27 \\ &= 4\left[\left(\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\right)^2 - \_\_\_\_\_\_\right] + 27 \\ &= 4\left(\_\_\_\_\_\_\_\_\right)^2 + \_\_\_\_\_\_ \end{aligned}$$

   c) En déduire les coordonnées du sommet S de la courbe représentative de la fonction h.